SCHEDA DELL'INSEGNAMENTO (SI)

"GEOMETRIA E ALGEBRA"

MAT/03

DENOMINAZIONE DEL CORSO DI STUDIO: CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

ANNO ACCADEMICO: 2023-2024

INFORMAZIONI GENERALI - DOCENTE

DOCENTE: CORSO A CANALI MULTIPLI
TELEFONO:
EMAIL:

SI VEDA SITO WEB DEL CORSO DI STUDI

INFORMAZIONI GENERALI - ATTIVITÀ

INSEGNAMENTO INTEGRATO (EVENTUALE): N.A.
MODULO (EVENTUALE): N.A.
CANALE (EVENTUALE):
ANNO DI CORSO (I, II, III): I
SEMESTRE (I, II): II
CFU: 6

INSEGNAMENTI PROPEDEUTICI (se previsti dal Regolamento del CdS)

Nessuno.

EVENTUALI PREREQUISITI

Il contenuto matematico dei programmi della scuola secondaria.

OBIETTIVI FORMATIVI

Si dovranno acquisire gli strumenti di base dell'algebra lineare e della geometria. L'obiettivo di questo insegnamento è, da un lato, quello di abituare lo studente ad affrontare problemi formali, utilizzando strumenti adeguati ed un linguaggio corretto, e dall'altro di risolvere problemi specifici di tipo algebrico e geometrico, con gli strumenti classici dell'algebra lineare.

RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI (DESCRITTORI DI DUBLINO)

Conoscenza e capacità di comprensione
Lo studente deve dimostrare di conoscere le nozioni (definizioni, enunciati, dimostrazioni se previste dal programma) relative alle strutture algebriche e geometriche studiate (spazi vettoriali, spazi della geometria elementare in dimensione 2 e 3, spazi di matrici) e gli strumenti di calcolo sviluppati, e saper comprendere argomenti affini elaborando le nozioni acquisite.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione
Lo studente deve dimostrare di saper applicare quanto appreso nella risoluzione di esercizi di verifica elaborati dal Docente, in linea di massima legati ad argomenti quali : rette e piani, matrici, equazioni, vettori. Lo studente deve, inoltre, dimostrare di conoscere le problematiche relative alle strutture algebriche.

PROGRAMMA-SYLLABUS

Richiami di teoria degli insiemi e strutture algebriche: **0,5 CFU**
Unione, intersezione, complemento, prodotto cartesiano; corrispondenze e relazioni, applicazioni o funzioni, restrizioni, applicazioni iniettive, suriettive, biettive, composizione di applicazioni, caratterizzazione delle applicazioni biettive; relazioni di equivalenza (esempio: equipollenza tra vettori applicati). Operazioni interne: proprietà associativa, esistenza dell'elemento neutro (e unicità), esistenza degli elementi simmetrici (e unicità, se l'operazione soddisfa la proprietà associativa), proprietà commutativa, (esempi: operazioni di addizione in insiemi numerici e sui vettori liberi ed applicati). Gruppi abeliani e non (esempi). Definizione di campo. Esempi: campo dei numeri reali, campo il cui sostegno contiene solo due elementi. Operazioni esterne (esempio: operazione di moltiplicazione esterna sui vettori liberi ed applicati.

Spazi vettoriali ed euclidei (su un campo): **1,5 CFU**
Definizione, proprietà elementari; esempi (spazi vettoriali numerici, di polinomi, di matrici, di vettori liberi ed applicati della geometria elementare). Combinazioni lineari, dipendenza e indipendenza lineare e loro caratterizzazioni; sistemi di generatori. Sottospazi vettoriali e caratterizzazione; insiemi di vettori che generano lo stesso sottospazio vettoriale; basi e componenti di un vettore in una base ordinata; teorema di estrazione di una base da un sistema di generatori; lemma di Steinitz e conseguenze: dimensione di uno spazio vettoriale, teorema di completamento in una base di un insieme linearmente indipendente; sottospazio intersezione, sottospazio somma, somma diretta, relazione di Grassmann. Spazi vettoriali euclidei: prodotto scalare in uno spazio vettoriale sui reali: lunghezza di un vettore, angolo tra due vettori, esistenza di basi ortonormali: procedimento di Gram-Schmidt; prodotto scalare canonico (o naturale) tra vettori numerici. Prodotto scalare tra vettori geometrici. Calcolo di un prodotto scalare usando le componenti dei vettori in una base ortonormale ordinata. Teorema di Pitagora.

Matrici e determinanti: **1 CFU**
Operazioni elementari di riga; matrici ridotte a scalini. Rango di una matrice e numero di pivot di una matrice a scalini. Matrici triangolari e diagonali; prodotto righe per colonne; definizione classica di determinante (con l'uso delle permutazioni) e proprietà elementari (senza dimostrazione); caratterizzazione del rango massimo mediante il non annullarsi del determinante; metodi di calcolo del determinante: enunciati del Teorema di Laplace e del secondo teorema di Laplace; enunciato del Teorema degli orlati (Kronecker); matrici invertibili e determinazione della matrice inversa; matrici simili.

Sistemi lineari: **1 CFU**
Soluzioni, compatibilità (Teorema di Rouchè-Capelli); Teorema di Cramer; metodo di riduzione a scalini (metodo di eliminazione di Gauss) e risoluzione di un sistema di equazioni lineari; determinazione di una base dello spazio vettoriale delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo; ogni sottospazio di uno spazio vettoriale numerico è lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo e viceversa: rappresentazione cartesiana e parametrica dei sottospazi vettoriali numerici.

Applicazioni lineari: **0,5 CFU**
definizione e prime proprietà; conservazione della dipendenza lineare; nucleo e immagine; caratterizzazione delle applicazioni lineari iniettive e suriettive; teorema fondamentale delle applicazioni lineari; endomorfismi, isomorfismi; isomorfismo associato a una base ordinata; matrici associate e di cambiamento di base. Enunciato del Teorema della dimensione. Relazione di similitudine tra matrici associate a endomorfismi in basi ordinate diverse.

Diagonalizzazione di endomorfismi e matrici: **0,5 CFU**
autovalori, autovettori e autospazi di endomorfismi (e di matrici quadrate); polinomio caratteristico; molteplicità geometrica e molteplicità algebrica di un autovalore; caratterizzazione degli endomorfismi e delle matrici diagonalizzabili mediante l'esistenza di una base di autovettori; determinazione degli autovalori e di una base di autovettori di un endomorfismo diagonalizzabile e di una matrice diagonalizzabile.

Spazi (affini) euclidei su un campo: **1 CFU**
definizione, riferimenti (affini) cartesiani e coordinate di un punto, sottospazi (affini) euclidei, definizione di parallelismo, rette sghembe, rappresentazione parametrica e cartesiana dei sottospazi (affini) euclidei. Studio di incidenza e parallelismo tra sottospazi. Condizioni di ortogonalità tra sottospazi in dimensione 2 e 3. Distanza tra insiemi di punti; distanza di un punto da un iperpiano; studio della distanza tra sottospazi euclidei in dimensione 2 e 3, Teorema della comune perpendicolare. Definizione di fasci impropri e fasci propri di piani in dimensione 3.

MATERIALE DIDATTICO

SI VEDA SITO WEB DEL DOCENTE DELLA MATERIA

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

Le lezioni saranno frontali, e circa un terzo delle lezioni avrà carattere esercitativo.

VERIFICA DI APPRENDIMENTO E CRITERI DI VALUTAZIONE

a) **Modalità di esame**:

L'esame si articola in prova	
scritta e orale	X
solo scritta	
solo orale	
discussione di elaborato progettuale	
altro	

In caso di prova scritta i quesiti sono	A risposta multipla	X
	A risposta libera	X
	Esercizi numerici	X

b) **Modalità di valutazione:**